

Non-linéarité et asymétrie dans les déterminations économiques des taux de change : une illustration sur la parité Euro-Dollar à partir d'un modèle de partitionnement récursif

Mars 2007

Thierry Apoteker
Directeur
TAC, France
apo@tac-financial.com

Sylvain Barthélémy
Responsable de la Recherche Quantitative
TAC, France
barth@tac-financial.com

Thomas Senné
Economiste
TAC & Université de Caen Basse-Normandie, France
senne@tac-financial.com

Résumé

La détermination du taux de change à court-moyen terme reste un exercice délicat malgré un relatif consensus théorique autour des mécanismes économiques, et des investissements empiriques considérables au cours des dernières décennies. Dans ce cadre, l'étude vise à explorer en quoi une formalisation non-linéaire et asymétrique des relations entre les déterminants macroéconomiques traditionnels et les taux de change permet d'améliorer la capacité prédictive, à un horizon de 12 mois. L'article présente une nouvelle méthode de segmentation des taux de change, le partitionnement récursif, appliquée à la parité euro/dollar, et compare les résultats à ceux obtenus, en utilisant les mêmes déterminants macroéconomiques, par une procédure d'estimation économétrique standard. En effet, le partitionnement récursif est une technique d'analyse de données non paramétriques qui permet de tenir compte des asymétries et des non linéarités. On montre que le partitionnement récursif permet une capacité prédictive sensiblement meilleure qu'une modélisation standard (ici les MCO), tout en fournissant des éléments d'interprétation originaux sur les liens de causalité entre macroéconomie et taux de change.

1. Introduction

La détermination du taux de change à partir des évolutions macroéconomiques est restée extrêmement difficile, en particulier sur des horizons « intermédiaires » entre le très court terme et les horizons très lointains. Les améliorations des techniques statistiques au cours des dernières décennies ont conduit à des progrès importants sur les analyses et projections quotidiennes ou intra-jour ; symétriquement, les analyses de parité de pouvoir d'achat des monnaies ont donné des résultats satisfaisants, tant d'un point de vue conceptuel que sur une base empirique, pour les projections à des horizons de plusieurs années. Par contre, les économistes comme les opérateurs intervenant sur les marchés de change restent dans une très forte incertitude lorsqu'il s'agit d'identifier et de mesurer les liens entre la dynamique macroéconomique et celle des taux de change sur des horizons qui vont de quelques mois à quelques trimestres. Depuis une trentaine d'années, les apports de la littérature se sont concentrés sur les extensions ou sophistications à apporter aux variables et déterminants très traditionnels que sont la parité du pouvoir d'achat, la parité de taux d'intérêt, le différentiel de croissance et/ou de rentabilité du capital investi, et les évolutions des agrégats monétaires (Dornbusch (1976), Frenkel (1976), Froot et Obstfeld (1991), Krugman (1991)). Ces extensions (anticipations, analyses comportementales, crédibilité des banques centrales, ...) n'ont cependant pas permis d'améliorer de façon significative les capacités prédictives sur ces horizons intermédiaires. Simultanément, ces extensions et les recherches qui les ont accompagnées ont soulevé la question de la stabilité des liens entre les déterminants macroéconomiques et les évolutions des taux de change. Plusieurs questions sont apparues sur la possibilité de voir des « déterminants » (par exemple les taux d'intérêt) jouer des rôles très différents, voire opposés, selon les circonstances macroéconomiques dans lesquels la dynamique prend place.

C'est dans ce cadre que se situe la recherche menée ici. Il ne s'agit pas d'un examen sur la validité théorique des liens entre macroéconomie et taux de change, mais d'une investigation sur la nature asymétrique et non-linéaire de ces relations. En effet, les modélisations classiques ont des grandes difficultés à prendre en compte l'existence possible de ces asymétries et non-linéarités entre le taux de change et les fondamentaux macroéconomiques (Baghli (2004,2005), Granger et Teräsvirta (1993), Krugman (1991)). Nous testons ici la capacité d'une nouvelle méthode d'estimation spécifiquement adaptée à la mise en évidence de ces caractéristiques de non-linéarité, le partitionnement récuratif, à améliorer la capacité prédictive en matière de taux de change sur un horizon de court-moyen terme (12 mois). Ainsi notre contribution première est de présenter une méthode d'estimation nouvelle qui permette de réussir d'une façon plus performante l'exercice délicat de la détermination de la parité entre deux devises.

La méthode de partitionnement récuratif fait partie de la famille des analyses de données discriminantes. Celles-ci sont fréquemment utilisées pour décrire les caractéristiques de sous-groupes d'une population déterminée. Elles permettent d'étudier de quelle manière une catégorie particulière de la population étudiée peut être décrite par un ensemble de caractéristiques statistiques. Si le domaine d'application est très varié et concerne aussi bien la médecine, que le marketing, le traitement d'images ou l'armement, ce vocable cache en fait un ensemble de méthodes dont les techniques statistiques sont parfois très différentes. Parmi les plus populaires, les modèles Logit figurent en bonne place, à côté des analyses linéaires (ou quadratiques) discriminantes (LDA) ou des k plus proches voisins (KNN). Ces deux

méthodes restent encore aujourd'hui très utilisées lors de la mise en place de « scores » permettant de cibler une clientèle particulière dans le cadre par exemple d'une campagne marketing pour le lancement d'un nouveau produit, du lancement d'un test de dépistage en médecine ou de la prévision du risque de défaillance d'un emprunteur pour une banque.

Au-delà de ces méthodes traditionnelles dites de « scoring », les développements récents initiés notamment par Breiman & al. (1984) aussi bien en termes de techniques statistiques qu'au niveau des algorithmes informatiques, ont permis de remettre au goût du jour ces méthodes de classification. Les partitionnements récuratifs (ou arbres binaires) ont été introduits dès les années 60 par Sonquist & Morgan (1960) et permettent de mettre en place des classifications supervisées (dont les groupes sont identifiés dans la population d'origine). Ces classifications sont assez différentes des modèles Logit et des LDA car elles ne sont pas établies exclusivement sur la base d'une seule expression algébrique. De plus contrairement aux méthodes du type KNN, elles n'ont pas les défauts connus des méthodes d'estimation des fonctions de densité comme par exemple la forte sensibilité aux ordres de grandeur des variables d'entrée ou le manque de tolérance aux données manquantes.

Cet article présente ainsi la mise en place de partitionnements récuratifs pour prévoir le taux de change euro-dollar à 12 mois, et plus particulièrement de quelle manière ce type de méthodologie permettent de prendre en compte les asymétries afin d'améliorer la précision du diagnostic. On présente tout d'abord la méthode statistique de partitionnement récuratif (partie 2), puis l'estimation du modèle EUR/USD utilisant cette méthode (3), avant d'en analyser les performances statistiques (4). Nous concluons enfin sur l'intérêt de cette approche et les développements possibles en matière de compréhension et de projection des taux de change.

2. Présentation du partitionnement récuratif

On considère une population notée P qui est partitionnée en n groupes (dans notre application $n = 5$), définis par P_1, \dots, P_n . Les individus de la population seront les différentes dates de l'historique d'estimation. Chacune d'entre elles est définie dans un espace à p dimensions, correspondant au nombre de variables exogènes. Ainsi on notera $X' = (x_1, \dots, x_p)$ l'ensemble des p prédicteurs d'un individu. Les composantes de X peuvent être de nature discrète ou continue ainsi que qualitative ou quantitative. L'appartenance à un groupe P_i est modélisée par une variable discrète Y telle que :

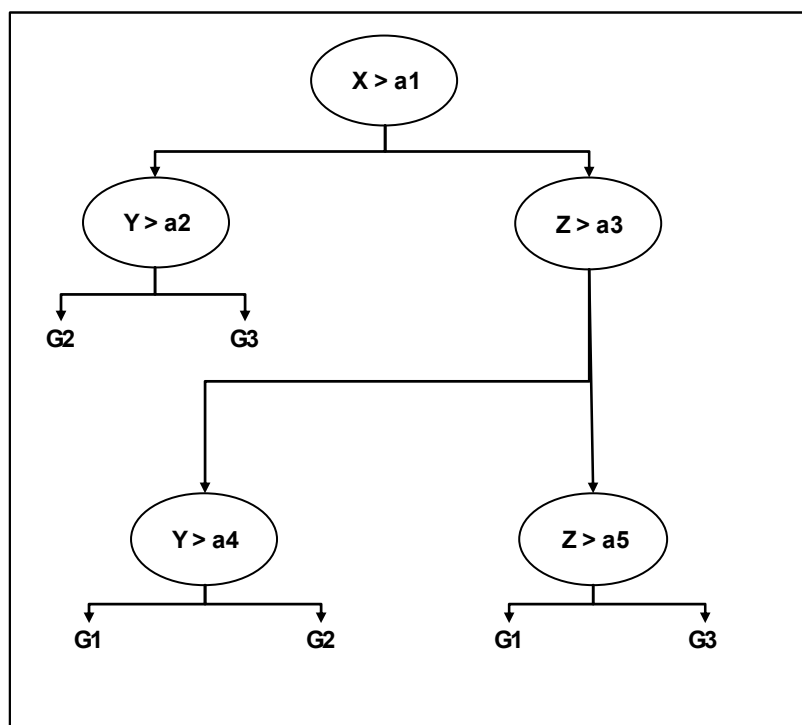
$$Y = \begin{cases} 0 & \text{si } i \in P_1 \\ 1 & \text{si } i \in P_2 \\ \dots & \dots \dots \\ n-1 & \text{si } i \in P_n \end{cases}$$

L'objectif de notre travail est donc à partir d'un échantillon de taille N des variables notées $(X_i, Y_i)_{1 \leq i \leq N}$, de construire un arbre qui permette de prévoir un an à l'avance à quelle classe de valeur le taux de change appartiendra.

Les arbres de partitionnement récursif, autrement appelés arbres binaires, ont été introduits par Sonquist & Morgan (1960), mais il aura fallu attendre les travaux de Breiman & al. (1984) pour qu'ils gagnent en souplesse et en performance. Ils sont particulièrement utiles lorsque l'on souhaite identifier les caractéristiques d'appartenance à des groupes d'une population d'individus pour lesquels on dispose de données quantitatives et qualitatives. Ils permettent d'établir des modèles de classification basés sur des arbres à divisions binaires successives, chaque nœud représentant un critère discriminant particulier. Ils peuvent ainsi être vus comme une régression non paramétrique de la variable Y .

Un arbre est construit par divisions dichotomiques successives d'un nœud a , qui représente un sous-ensemble de P , en deux « descendants », un nœud positif a_p et un nœud négatif a_n . A chaque étape de césure, on choisit à la fois la variable de test et la valeur de coupure de cette dernière, c'est-à-dire le seuil de dichotomie. Le choix est fait de manière à obtenir des groupes descendants les plus homogènes possibles, relativement à la variable Y .

Figure 1 : Exemple fictif de partitionnement récursif



L'algorithme du partitionnement récursif peut être décrit de manière synthétique:

1. Création d'un nœud a
2. Si $X = \emptyset$ ou si Y a la même valeur $\forall i \in N$ alors on retourne au nœud a avec comme prédiction, en classification, la classe majoritaire et en régression, la moyenne des y_i
3. Choix de la meilleure variable de test $x \in X$
4. Partition de P en n sous-groupes suivant les valeurs de x : le choix de x et de la valeur de division associée par un programme de maximisation de la réduction de l'impureté.

5. Pour chaque partition ainsi construite, on effectue de nouveau les étapes 1 à 4 jusqu'à l'arrêt de l'algorithme

Dans cet algorithme, le principal critère d'optimisation utilisé est celui de la réduction de l'impureté $i(a)$. Elle est utilisée pour la division à chaque nœud. Elle mesure le degré de mélange des classes dans le nœud a . Dans le cas général de n groupes, $i(a)$ est de la forme suivante :

$$i(a) = 1 - \sum_r [P^2(r/a); r = 1, 2, \dots, n]$$

où $P(r/a)$ représente la proportion d'individus appartenant au groupe r dans le nœud a . Ainsi un nœud est dit pur s'il ne contient que des individus d'une seule classe, soit $i(a) = 0$. On obtient ainsi la réduction de l'impureté engendrée par une division à un nœud par l'expression suivante :

$$\Delta i(d, a) = i(a) - p_p i(a_p) - p_n i(a_n)$$

où p_p et p_n sont les proportions des individus allant respectivement dans les descendants a_p et a_n . Cette expression représente la différence entre l'impureté d'un nœud parent et la moyenne pondérée des impuretés de ses nœuds descendants immédiats. La meilleure division d'un nœud a est, parmi toutes les divisions admissibles de a , la division d^* qui entraîne la plus grande réduction de l'impureté. On sélectionne ainsi à la fois la variable et une valeur associée qui maximise la réduction de l'impureté. La procédure itérative s'arrête quand tous les nœuds sont terminaux, c'est-à-dire s'il est pur ou s'il y n'a pas de division admissible pour ce nœud. On obtient donc un grand arbre qui convient de « réduire ». Le grand arbre est « réduit » soit par retrait des branches les moins informatives (élagage), soit par regroupement des nœuds pour lesquels la décision est proche afin d'aboutir à un arbre « utilisable » constitué de J nœuds terminaux A_1, A_2, \dots, A_J . Cet arbre final permet de prendre les décisions d'affectation à une classe d'un individu donné. Ainsi on associe à chaque nœud terminal A_j , une décision $d_j(X)$. On affecte ainsi à chaque nœud terminal un groupe à l'exclusion des autres, ce groupe étant celui ayant la plus grande probabilité d'occurrence dans l'échantillon d'estimation.

Dans le cadre d'une utilisation pour la segmentation des taux de change futurs, nous avons choisi de les recoder par quantile afin d'obtenir des classes de valeur de change. Par cela, on indique dans une variable discrète à quel groupe appartient le taux de change à une date donnée. Dans notre modélisation, nous avons défini 5 classes qui pourront être interprétées comme allant de la classe des « très faibles valeurs de l'euro par rapport au dollar » jusqu'à la classe des « très fortes valeurs de l'euro par rapport au dollar ». Il faut ajouter que dans l'exercice de la prévision, il faut prendre un taux de change futurs, ici de 12 mois, comparé à des variables explicatives contemporaines ou décalées dans le passé. De plus, la règle obtenue par l'arbre correspond à une partition de l'espace des variables explicatives, c'est-à-dire à une suite d'assertions sur ces variables. Ainsi, pour un état donné à une date des variables explicatives, la règle permet d'obtenir à quelle classe de valeur le taux de change projeté dans 12 mois appartiendra.

La méthode mise en place dans cet outil de prévision du taux de change euro-dollar apporte deux éléments majeurs :

- ❖ La première source d'originalité est l'information apportée par une telle modélisation. Comme pour des estimations « standards », la prévision obtenue est une valeur du taux de change contenue dans un intervalle de confiance. Mais l'apport du partitionnement récuratif ne s'arrête pas là. Il permet également d'inférer sur la nature de la relation causale des variables exogènes sur la variable prédite. Il existe certes en économétrie des tests de dépendance (test de causalité Granger, test de significativité de Student ou de Fisher notamment) mais ici la dépendance est directement reliée à un seuil. La dépendance d'une variable peut de plus être appréhendée dans un sens pour un seuil donné et de nouveau apparaître plus tard dans l'arbre avec un autre seuil, une fois la corrélation d'une, ou plusieurs, autre variable explicative prise en compte. C'est donc une autre vision de la dépendance qui est ici présentée : à seuil et conditionnelle aux valeurs prises par les autres prédicteurs.
- ❖ La seconde source d'originalité est basée sur le choix même de cette forme de segmentation. Ainsi beaucoup de méthodes de classification classiques recherchent une règle, la plus appropriée, d'arrêt de la procédure de division des nœuds (permettant de déclarer un nœud terminal). Si le critère de division est basé sur la réduction de l'impureté, cela revient à fixer un seuil β selon lequel un nœud est terminal si $\Delta i(d, a) < \beta$. Or un seuil trop petit, conduit à de très nombreuses divisions : on obtient un arbre très grand et avec un taux d'erreur faible mais peu représentatif de ce qu'il serait s'il avait été obtenu sur un échantillon hors apprentissage. C'est un cas de surapprentissage. Si β est trop grand, l'arbre obtenu est trop petit et ne tient pas compte de toute l'information discriminante contenue dans l'échantillon d'apprentissage. L'idée fondamentale de la méthode de Breiman et al. est de construire l'arbre le plus grand possible à l'aide d'un échantillon de base, ce qui revient à utiliser un seuil nul dans la procédure d'arrêt. Un échantillon de test est ensuite utilisé pour sélectionner le sous-arbre dont le taux d'erreur sur ce nouvel échantillon est le plus faible possible et fournissant cependant une bonne idée du taux d'erreur théorique.

3. Estimation du modèle

Depuis les années 1980, les recherches sur la détermination macroéconomique des taux de change ne se sont guère éloignées des analyses antérieures insistant sur les différentiels d'inflation, les différentiels de taux d'intérêt, les différences de rendement attendu du capital, et les évolutions des agrégats monétaires. Malgré ce relatif consensus, les exercices empiriques et les capacités prédictives ne paraissent guère efficaces. Partant de l'hypothèse que c'est davantage dans la nature du lien entre ces déterminants macroéconomiques et les taux de change que se situe la principale difficulté, les variables sélectionnées pour l'étude restent les variables « classiques » de la littérature, avec des indicateurs construits de façon simple, la méthode d'estimation étant la principale innovation apportée par notre travail.

Les données d'entrée utilisées pour les travaux de conjoncture ont été sélectionnées sur la base de leur disponibilité et de leur adéquation avec la périodicité et l'horizon de prévision souhaité. Ainsi, l'ensemble des analyses statistiques présentées dans cet article sont basées sur des données mensuelles de 1990 à 2006, soit plus de 200 points d'observations. Toutes les données sont issues de la base de données officielle 'International Financial Statistics' (IFS) du FMI.

Nous ne souhaitons pas effectuer de prévision de la valeur future ponctuelle du taux de change Euro-Dollar, mais plutôt d'avoir une idée de la plage dans laquelle il était plus probable qu'il se situe à l'horizon d'un an, en moyenne sur trois mois. Pour pouvoir procéder à ce type de modélisation, cette variable a donc du être recodée en valeurs discrètes. Nous avons choisi de définir cinq quantiles afin d'établir des classes homogènes en terme d'effectif (tableau 1).

Tableau 1 : Quantiles du taux de change euro dollar.

Classe	Intervalle de valeur dollar par euro
0	< 1,041
1	[1,041 ; 1,145[
2	[1,145 ; 1,210[
3	[1,210 ; 1,268[
4	>= 1,268

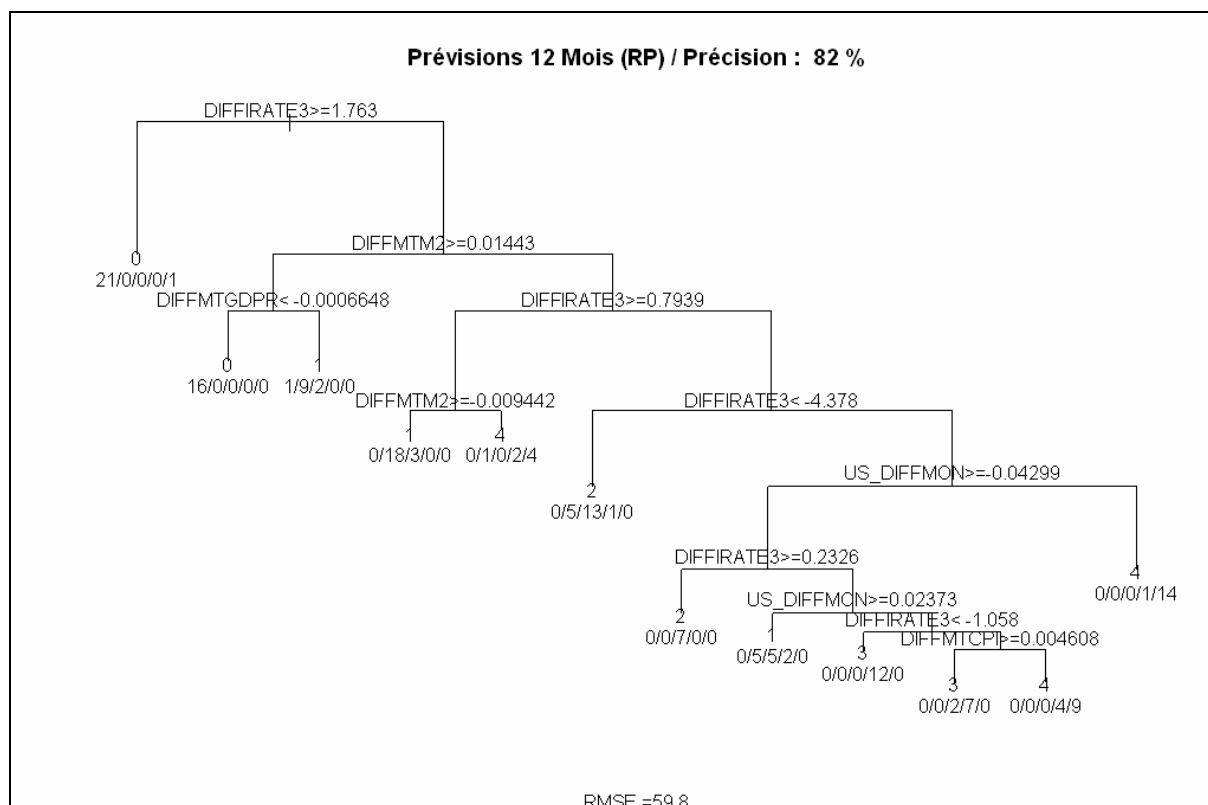
En ce qui concerne les variables explicatives, nous avons repris les quelques variables traditionnellement utilisées dans les prévisions de taux de change : prix, taux d'intérêt, croissance du PIB, croissance monétaire. Les variables exogènes ainsi retenues sont :

- ❖ Le différentiel de croissance réelle, exprimé par la moyenne trimestrielle de la différence entre le taux de croissance du PIB réel au Etats-Unis et dans la Zone Euro (DIFFMTGDPR).
- ❖ Le différentiel de taux d'intérêts, exprimé par la moyenne trimestrielle de la différence de taux d'intérêt à 3 mois entre les Etats-Unis et la Zone Euro (DIFFIRATE3).
- ❖ Le différentiel de croissance de la masse monétaire, exprimée en valeur moyenne sur la croissance de M2 (DIFFMTM2),
- ❖ La différentiel d'inflation (DIFFMTCPI), exprimée en moyenne trimestrielle.
- ❖ Enfin pour chacune des zones monétaires, la part de la croissance monétaire qui n'est pas engendrée par la croissance du PIB nominale (US_DIFFMON et EU_DIFFMON).

Le choix du lissage par moyenne mobile trimestrielle a été fait d'une part en fonction de la variable cible, mais aussi afin d'éviter des effets de saisonnalité non souhaités et des points aberrants.

Il convient avant d'analyser les résultats de présenter les différentes informations apportées par l'arbre. Premièrement, à chaque nœud non terminal, la variable de test finalement choisie est présentée ainsi que la valeur de division associée (la valeur seuil). Ainsi si la condition est remplie, alors on suit l'arborescence par le descendant se trouvant du côté gauche, et inversement. Secondement, à chaque nœud terminal, l'arbre fournit deux sortes d'informations. D'une part, nous avons la valeur prédite par la règle de décision, c'est-à-dire la classe d'appartenance prédite pour chacune des configurations de valeurs des exogènes décrites par l'arbre. D'autre part, les résultats de l'estimation sur l'échantillon d'apprentissage sont indiqués par une suite de nombre. Cette énumération indique le nombre valeurs observées dans chaque classe allant de gauche à droite de la classe 0 à la classe 4. Cette information est à comparer avec la prédiction de la règle de décision : ainsi un nœud terminal pour lequel la totalité des observations correspondent aux prédictions représentera une configuration certaine, et inversement.

Figure 2 : Arbre réduit obtenu pour l'application sur la parité Euro-Dollar



L'arbre obtenu suggère que la variable la plus discriminante est le différentiel de taux d'intérêts à 3 mois (DIFFIRATE3). Ainsi ceci indique que si le taux d'intérêt aux Etats-Unis est supérieur à celui de la Zone Euro de plus de 1,763% alors la moyenne trimestrielle du taux de change dans un an sera inférieure à 1,042 (donc un Euro très faible). Si cette première condition n'est pas remplie, alors la seconde variable discriminante est le différentiel de taux de croissance des masses monétaires M2 (DIFFMTM2) avec un seuil de 1,443%. Dans le cas d'un faible différentiel de taux, si cette nouvelle condition est respectée alors la nouvelle variable discriminante sera le différentiel de croissance du PIB (DIFFMTGDPR) qui permet de distinguer entre une très faible et une faible valeur future de l'euro. De nouveau, si la condition n'est pas remplie, la variable discriminante est de nouveau le différentiel de taux courts (DIFFIRATE3), etc... Il faut bien garder à l'esprit que les relations s'enchainent les

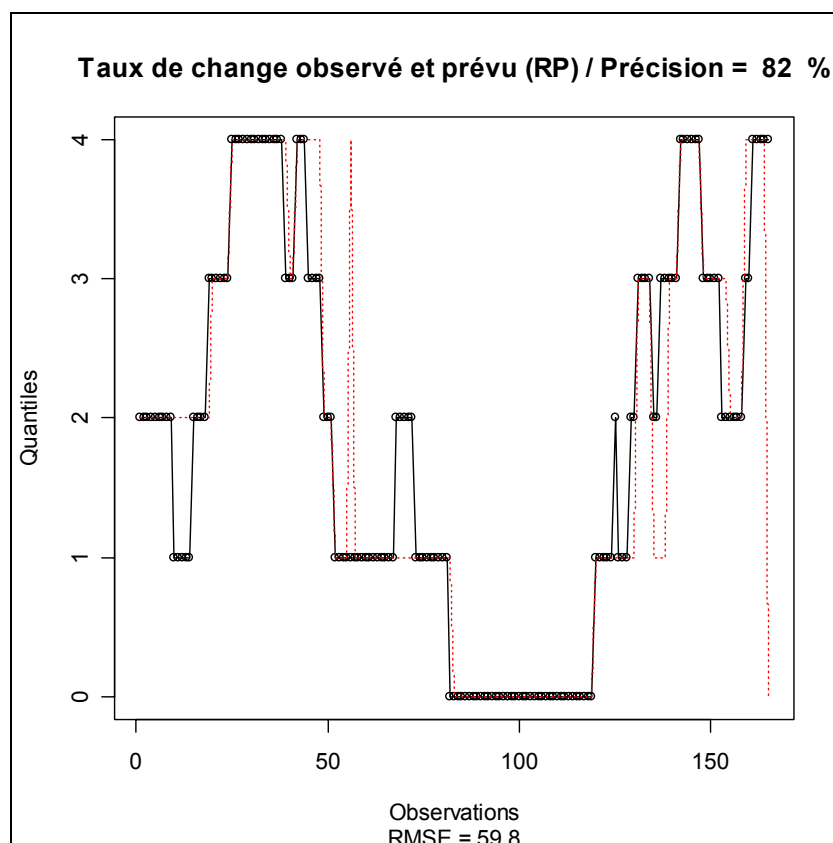
unes avec les autres et qu'il ne faut pas interpréter chaque condition, indépendamment des nœuds qui y conduisent. Il faut ainsi garder une certaine prudence vis-à-vis des contradictions éventuelles entre un arbre observé et la théorie économique.

On peut noter pour compléter cette analyse que les variables sont plus ou moins importantes dans le processus de discrimination : la plus importante est le différentiel de taux court, suivi par les variables de croissance monétaire (US_DIFFMON et DIFFMTM2). Nous observons aussi qu'une seule des variables incluses n'apparaît pas dans l'arbre. Il s'agit de la croissance de la masse monétaire dans la Zone Euro (EU_DIFFMON). Ceci indique que les grands déterminants classiques sont satisfaisants pour effectuer une segmentation de bonne qualité sur le taux de change futur Euro-Dollar et que le pouvoir explicatif supplémentaire apporté par cette variable ne permet pas d'améliorer la qualité du diagnostic. Ceci est confirmé par le taux de précision obtenu par la règle de décision qui atteint les 82% (avec un RMSE faible égal à 59,8). Ces indicateurs de performance, combinés à l'information apportée sur les relations de causalité, confirment l'importance de ce type de modélisation dans le champ de la prévision du change en incluant les déterminants traditionnels.

4. Mesure des performances et comparaison avec un modèle classique

Une comparaison entre les valeurs prédites par la règle de décision et les valeurs observées historiquement permet de rendre compte des performances du modèle sur la période d'estimation (1990-2006)

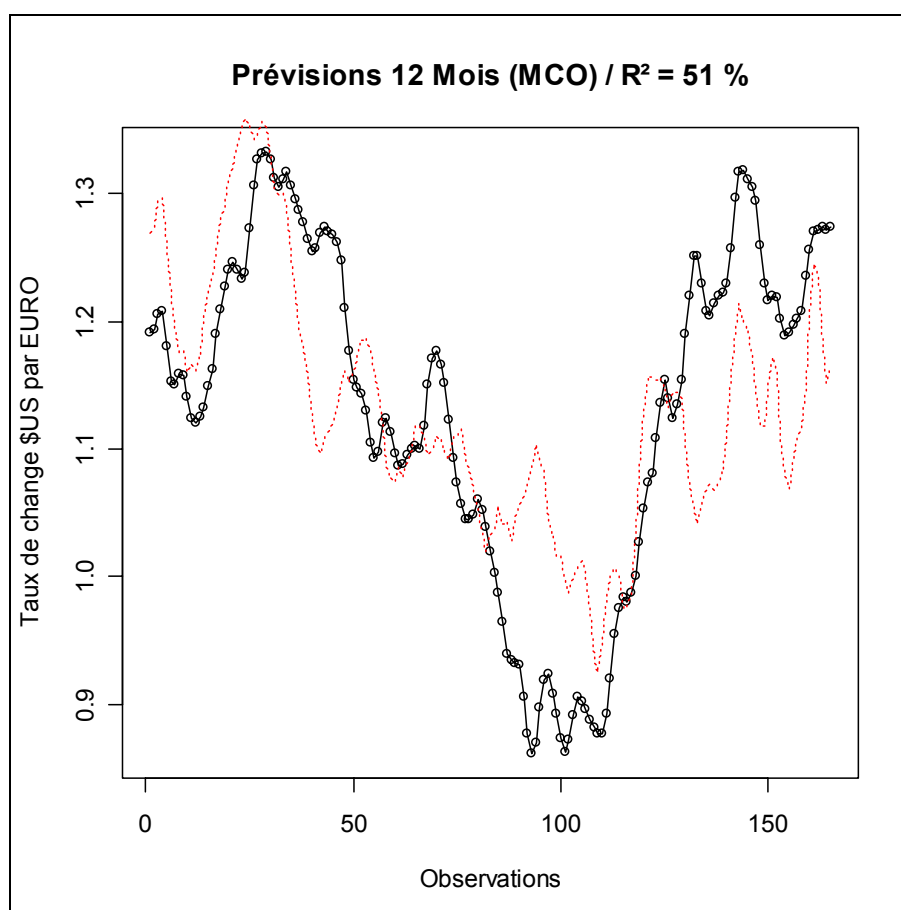
Figure 3: Comparaison du taux de change observé et prévu par le partitionnement récuratif



Ce graphique confirme la bonne performance de prévision du taux de change Euro-Dollar à l'horizon 12 mois à l'aide d'une modélisation par arbre binaire. L'analyse permet de voir que les paliers rencontrés par la valeur du taux de change sont pour la plupart très bien décrits, même si l'on peut noter qu'il existe deux points pour lesquels les prévisions sont mauvaises (un premier qui prévoit une appartenance à la classe « 4 » alors que la réalité était une appartenance à la classe « 1 » et un second qui prédit « 0 » alors que le taux appartenait au groupe « 4 »).

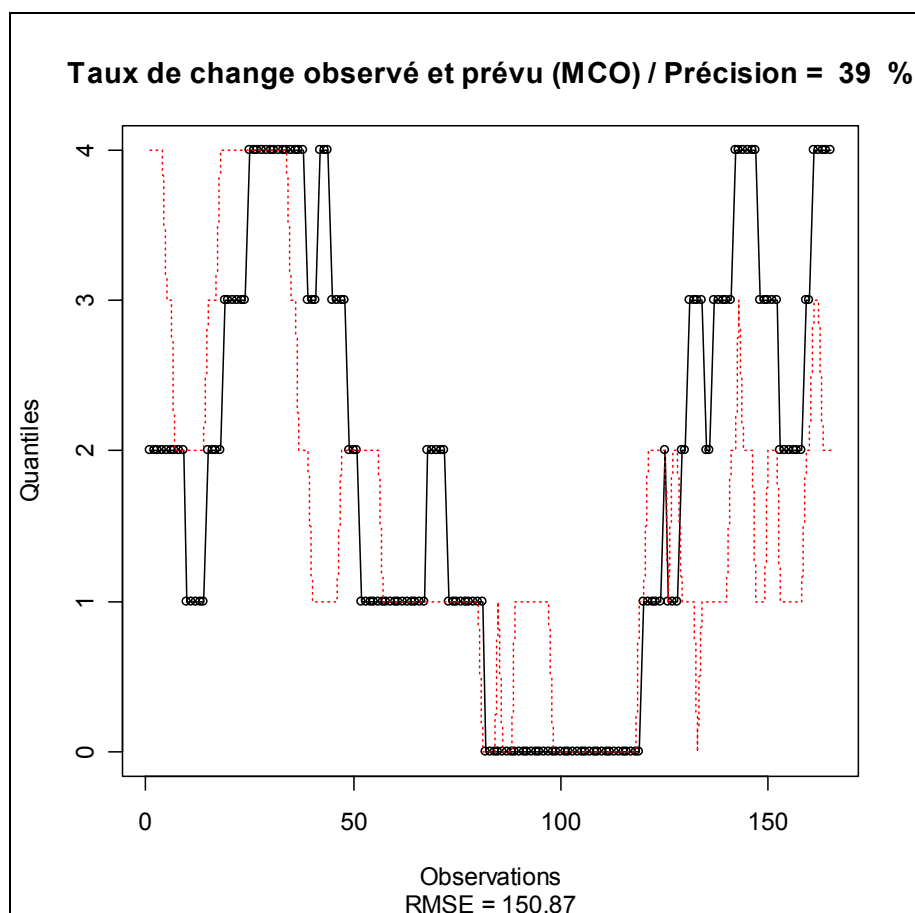
Afin de pouvoir effectuer une comparaison de la qualité des résultats avec une méthode plus traditionnelle, nous avons effectué une estimation similaire mais en utilisant cette fois-ci les moindres carrés ordinaires (MCO) au lieu de l'arbre binaire comme estimateur de référence. De fait, la variable cible discrète a été remplacée par la valeur historique Euro-Dollar. La figure 4 permet de se rendre compte de l'écart entre les prévisions réalisées avec cette équation sur une période historique comparable à celle utilisée pour le partitionnement récursif. La qualité de la relation obtenue est « acceptable », avec un R^2 de 51%, valeur assez faible mais conventionnelle pour une estimation de change avec ce type de variables.

Figure 4 : Comparaison entre valeurs observées et valeurs prévus par les MCO.



Afin d'effectuer une comparaison plus exacte avec la prévision par partitionnement récursif, la variable prévue (l'Euro-Dollar) a été recodée en valeurs discrètes afin d'examiner plus exactement les ressemblances entre les deux estimateurs.

Figure 5 : Comparaison entre valeurs observées et valeurs prévus discrétisées par les MCO.



Contrairement à ce que nous attendions, on peut constater très nettement sur la figure 5 la faiblesse de la performance en termes de prévision des MCO par rapport au partitionnement récursif (figure 3). Le taux de précision est divisé par environ deux, passant de 82% à 39%, alors que le RMSE est quasiment multiplié par trois, passant de 59,80 à 150,9.

Afin d'établir un second élément de comparaison, nous fournissons ci-dessous un tableau comparatif entre le partitionnement récursif et les moindres carrés en variant le nombre de variables dans les modélisations.

Tableau 2 : Comparaison des performances du partitionnement récursif et des MCO

Variables Utilisées	Partitionnement Récur­sif		Moindres Carrés Ordinaires		
	Précision	RMSE	Précision	RMSE	R ²
- DIFFMTGDPR	50%	158.8	25%	154.8	9%
- DIFFMTGDPR, et DIFFCPI	61%	130.7	31%	154.8	24%
- Tout sauf DIFFIRATE3	78%	57.2	39%	151.7	45%
- Tout	82%	59.8	39%	150.9	51%

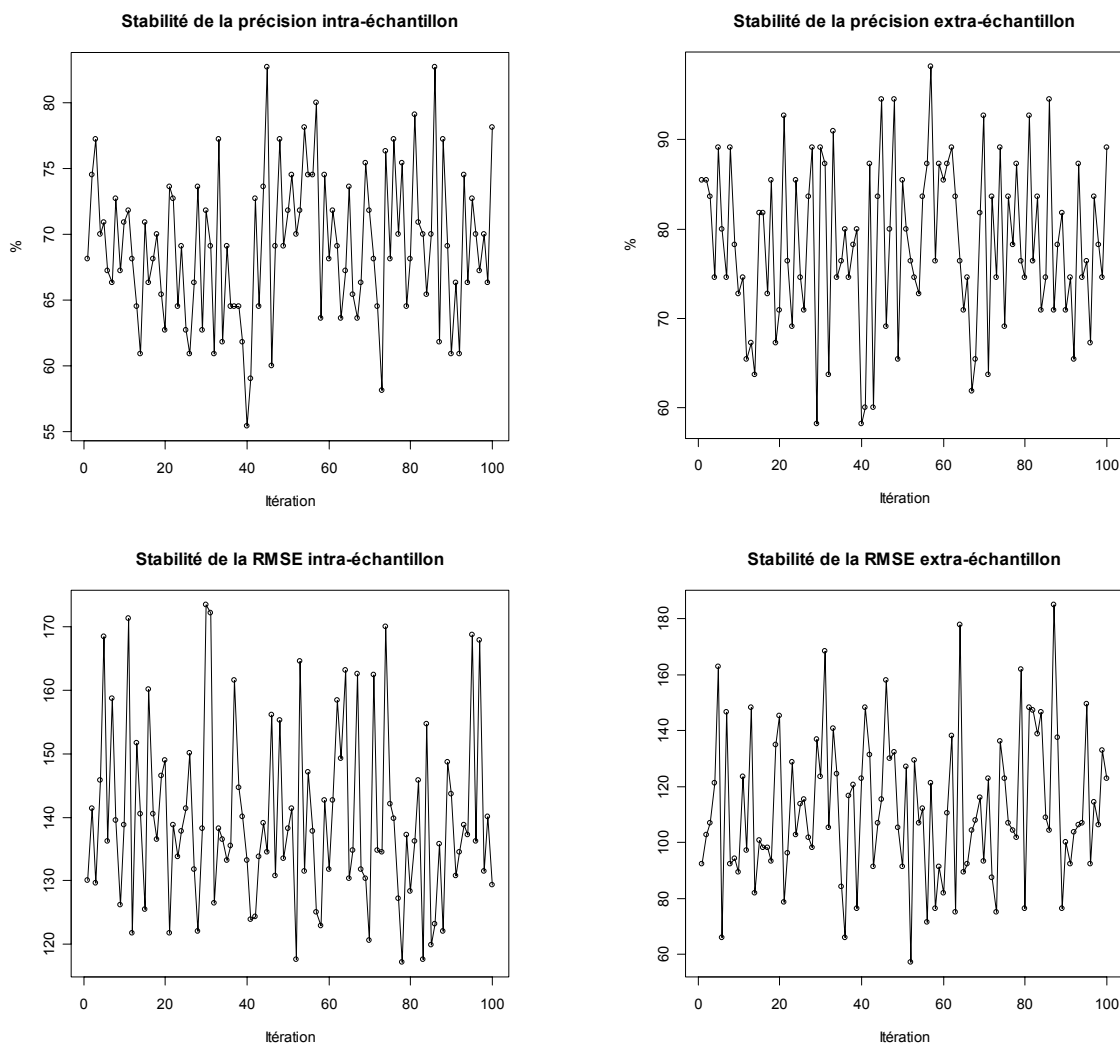
Il est clair que dans toutes les configurations étudiées, la précision obtenue par le partitionnement récursif est meilleure que celle des MCO. Nous pouvons même constater qu'une seule variable discriminante permet d'obtenir une meilleure précision que les cas où les MCO tiennent compte de toutes les variables. Quand les MCO ne compte qu'une seule

variable explicative, le taux de précision n'est que de 25%, c'est-à-dire seulement 5% au-dessus de ce qu'il aurait été avec un choix aléatoire du groupe d'appartenance. Il est également à noter qu'une performance plus élevée aurait pu être atteinte pour les MCO avec la prise en compte de décalages optimaux (comme le laisse deviner la figure 4), mais que cette procédure d'optimisation aurait aussi pu être menée pour le partitionnement récuratif.

De plus, la lecture de ce tableau nous permet de voir que la suppression du différentiel de taux courts du modèle si elle réduit très largement la précision des estimations, elle réduit cependant également le RMSE (ce qui dégrade donc la qualité du modèle). Il y a donc une ambiguïté entre les deux cas sur le choix du meilleur modèle. Dans le cas où toutes les variables sont prises en compte, l'erreur est ainsi moins fréquente que si nous n'avons pas pris en compte le différentiel de taux, mais ces erreurs sont en moyenne plus importantes. Ceci nous a directement conduits à étudier plus précisément la question de la stabilité de l'estimation.

Le dernier aspect de la comparaison de performances statistiques porte sur la stabilité des prévisions. Comme évoqué succinctement auparavant, l'une des faiblesses des modèles de segmentation est ce qu'on appelle le surapprentissage. Ce problème est rencontré lorsque la règle de décision générée possède une trop grande capacité à stocker de l'information issue de l'échantillon d'apprentissage, ce qui engendre une difficulté de généralisation sur les caractéristiques de nouvelles données. Ainsi dans le cas d'un surapprentissage nous obtiendrons une précision de prédiction très forte pour ce qui est de l'échantillon de base mais avec un modèle qui perdra tous ses pouvoirs prédictifs sur de nouveaux échantillons (qui n'auront pas servi à l'estimation du modèle). Afin d'éviter ce problème, il convient de séparer l'échantillon total en deux sous-échantillons : un échantillon d'apprentissage et un échantillon de validation. Les proportions utilisées sont en règle générale 2/3 des observations pour l'échantillon d'apprentissage et le reste pour l'échantillon de validation. On mesure ensuite pour chacun des deux sous-échantillons les statistiques de performances que sont la précision de prévision ainsi que le RMSE associé. De plus, les statistiques obtenues peuvent dépendre de la sélection des deux sous-groupes. C'est pourquoi, nous avons procédé à 100 divisions aléatoires de l'échantillon afin d'obtenir des graphiques de stabilité de performance de prévision à la fois intra-échantillon et extra-échantillon (voir figure 6). Cette procédure itérative nous permet aussi d'obtenir des performances moyennes qui seront plus significatives que la performance ponctuelle présentée auparavant.

Figure 6 : Stabilité des performances sur 100 tirages



Afin d'appuyer la lecture des graphiques précédents, nous avons établi ci-dessous un tableau récapitulatif des performances qui donnent les minima, maxima et la moyenne rencontrés sur les graphiques précédents.

Tableau 3 : Récapitulatif des performances sur sélection aléatoire des 100 échantillons

	Précision		RMSE	
	Intra Echantillon	Hors Echantillon	Intra Echantillon	Hors Echantillon
Minimum	55.4	58.2	117.2	57.2
Maximum	82.7	98.2	173.5	184.9
Moyenne	69.1	78.3	139.8	112.2

La lecture des graphiques permet de voir que la précision intra-échantillon varie cependant, le minimum rencontré reste bien supérieur à la performance rencontrée avec une modélisation classique. La précision hors échantillon paraît plus élevée que celle intra-échantillon. Les résultats pour le RMSE corroborent également ce résultat d'une meilleure performance extra-échantillon. Le tableau 3 précise ces résultats. Nous constatons une plus faible précision intra-échantillon moyenne dans notre simulation que dans notre estimation de référence (69%

contre 82%), cependant celle-ci reste très correcte. Ceci est de plus conforté par une précision extra-échantillon moyenne de 79%, c'est-à-dire très proche des 82% de référence. Cette dernière statistique est de plus la plus importante dans l'exercice de prévision. Quant au RMSE, on constate, tant de manière intra qu'extra-échantillon, en moyenne une forte augmentation par rapport au cas de base. Ceci indique donc que la réduction de la taille de l'échantillon d'apprentissage n'atténue pas la performance en termes de fréquence de bonne prévision mais engendre cependant une propension à une erreur plus lourde lorsque la règle de décision se trompe. Nous pouvons donc conclure à la lecture de ces graphiques et de ce tableau que la règle de décision de référence n'est pas sujette au surapprentissage.

5. Conclusion

La mise en place d'un outil conjoncturel de prévision du taux de change Euro-Dollar à l'aide d'un arbre binaire a donné des résultats meilleurs que ceux qui étaient escomptés initialement. En effet, le gain en termes de précision est assez significatif par rapport à une équation économétrique prenant en compte les mêmes variables : 39% de « bonnes réponses » dans le cas de l'équation économétrique, contre 82% dans le cas du partitionnement récuratif. Mais au delà de ce résultat très encourageant, la méthode employée constitue un apport considérable par rapport aux outils économétriques linéaires. Non seulement il est possible de 'dérouler' un scénario de change à 12 mois en fonction des variables macroéconomiques observées sur la période en cours, mais ce scénario est asymétrique. Ainsi, dans le cas d'un différentiel de taux élevé entre les Etats-Unis et l'Europe, les variables et seuils déterminants la variation future du taux de change Euro-Dollar seront différentes de celles qui seront prises en compte dans un scénario à différentiel de taux faible. Ce résultat est conforme aux intuitions des économistes 'conjoncturistes' que les dynamiques macroéconomiques et financières peuvent être assez différentes selon les rythmes de croissance de l'économie (monétaire et réelle). Cependant, malgré les développements des théories économiques non linéaires permettant la mise en évidence théorique d'équilibres multiples dans certaines situations précises, elles restent bien difficiles à confirmer sur données observées. Nous pensons qu'une des raisons principales de cette difficulté tient à la forme très normative des tests qui sont mis en œuvre en général et qui reposent bien souvent sur des hypothèses préliminaires fortes. Le partitionnement récuratif, et les méthodes d'analyse de données 'avancées' d'une manière générale, ne permettent pas de prendre en compte les dynamiques avec autant de facilité que les modèles économétriques, mais permettent de se libérer d'une partie de ces contraintes et surtout d'obtenir un schéma de décision souvent simple à interpréter. Leur défaut principal restant l'instabilité des arbres de décision dans certains cas, ce qui peut rendre difficile la lecture des scénarios.

Bibliographie

Baghli, M., Non Linear Error-Correction Models for the FF/DM Rate, *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 9(7), 2005, article 7.

Baghli, M., Modelling the FF/DM rate by threshold cointegration analysis, *Applied Economics*, 36(6), 2004, pp 533-548.

Breiman L., Friedman J.H., Olshen R.A., Stone C.J., *Classification and regression Trees*, Wadsworth International Group, 1984.

Chinn, M., et G. Meredith, Testing Uncovered Interest Parity at Short and Long Horizons during the Post-Bretton Woods Era , document de travail no 11077, 2005, National Bureau of Economic Research.

Ciampi A., Chang C.H., Hogg S., Mckinney S., Recursive partition : a versatile method for exploratory data analysis in biostatistics, Biostatistics, 1987, 23-50.

Dornbusch, R., Expectations and Exchange Rate Dynamics , Journal of Political Economy, vol. 84, no 6, 1976, p. 1161-1176.

Frenkel, J, A Monetary Approach to the Exchange Rate: Doctrinal Aspects and Empirical Evidence , Scandinavian Journal of Economics, vol. 78, no 2, 1996, p. 200-224.

Froot, K. A., and M. Obstfeld, Exchange rate dynamics under stochastic regime shifts: a unified approach, Journal of International Economics, 31, 1991, 103 - 229.

Frydman H., Altman E. et Kao D.L., Introducing recursive partitioning for financial classification : The case of financial distress, Journal of Finance, 40, 1985, 269-290.

Gelpérowic C., Partitionnement récuratif et régression: comparaison dans le cas de la prévision de risque à partir des courbes de sélection. Revue de Statistique Appliquée, 48 no. 4, 2000, p. 5-28.

Granger, C. W. J., and T. Teräsvirta, Modelling Nonlinear Economic Relationships, Oxford: Oxford University Press, 1993.

Gueguen A., Nakache J.P., Méthode de discrimination basée sur la construction d'un arbre binaire, Revue de statistique appliquée, Vol. 36 No 3, 1988, 19-38.

Krugman, P. R., Target zones and exchanges rate dynamics, Quarterly Journal of Economics, vol. CVI, 1991, 669-682.

Olsen C., Discussion of the experimental design of classification models : an application of recursive partitioning and bootstrapping to commercial bank loan classifications, Journal of Accounting Research, Vol. 22, Studies on Current Econometric Issues in Accounting Research, 1984, pp.115-118.

Sonquist J.A. and Morgan J.N, The Detection of Interaction Effects, 1960.

Taylor, A., et M. Taylor, The Purchasing Power Parity Debate , Journal of Economic Perspectives, vol. 18, no 4, 2004, p. 135-158.